

GAME THEORY

▣ **Pengertian**

Teori permainan adalah suatu pendekatan matematis untuk merumuskan situasi dan pertentangan (konflik) antar berbagai kepentingan. Teori ini dikembangkan untuk menganalisis proses pengambil keputusan dalam kondisi pertentangan yang melibatkan dua atau lebih kepentingan.

▣ **Jenis Teori Permainan**

1. Berdasarkan jumlah pemain :

1.1. Permainan dengan dua pemain

1.2. Permainan dengan N pemain

2. Berdasarkan jumlah keuntungan dan kerugian.

2.1. Permainan dengan jumlah nol

2.2. Permainan dengan jumlah tidak nol.

▣ **Unsur-unsur Permainan**

1. Pemain

2. Aturan

3. Hasil keluaran (*outcomes*)

4. Variabel-variabel

5. Kondisi informasi

6. Pemberian nilai

▣ Permainan Dua Pemain dengan jumlah nol

Permainan dua pemain dengan jumlah nol adalah model pertentangan yang paling umum dalam dunia bisnis. Permainan ini dimainkan oleh dua pemain/orang atau dua organisasi yang secara langsung mempunyai kepentingan yang berhadapan. Ada dua tipe permainan dua pemain dengan jumlah nol, yaitu :

1. Permainan strategi murni (*pure strategy games*), yaitu setiap pemain mempergunakan strategi tunggal
2. Permainan strategi campuran (*mixed strategy games*), yaitu kedua pemain memakai campuran dari beberapa strategi yang berbeda-beda.

1. Permainan Strategi Murni (*Pure Strategy Games*)

Dalam permainan strategi murni, pemain baris mengidentifikasi strategi optimalnya melalui aplikasi **kriteria maksimin**, sedangkan pemain kolom menggunakan **kriteria minimaks** untuk mengidentifikasi strategi optimalnya. Nilai yang dicapai harus merupakan maksimum dari minimaks baris dan minimum dari dari maksimin kolom, Pada kasus terse-but suatu titik *equibrilium* telah tercapai dan titik ini disebut **titik pelana** (*saddle point*).

Bila nilai maksimin tidak sama dengan nilai minimaks, titik pelana tidak dapat dicapai, sehingga permainan tidak dapat diselesaikan dengan mempergunakan strategi murni, tetapi dengan strategi campuran.

Contoh :

Dua perusahaan sedang dalam proses penentuan strategi periklanannya. Anggaplah bahwa perusahaan A mempunyai dua strategi dan perusahaan B mempunyai tiga strategi. Strategi tersebut dan *pay off* (misalnya kenaikan *market share*) disusun dalam bentuk permainan dua pemain dengan jumlah nol sebagai berikut :

Perusahaan A	Perusahaan B		
	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	1	9	2
A ₂	8	5	4

Penyelesaian :

Perusahaan A	Perusahaan B			Minimum Baris	Maksimin
	B ₁	B ₂	B ₃		
A ₁	1	9	2	1	
A ₂	8	5	4	4	4
Maksimum Kolom	8	9	4	Titik Pelana	4
Minimaks		4			

Nilai maksimin = nilai minimaks = 4, maka nilai strategi murni dengan titik pelana = 4.

2. Permainan Strategi Campuran

Permainan strategi campuran terjadi apabila nilai maksimin tidak sama dengan nilai minimaks (titik pelana tidak tercapai).

Perusahaan A	Perusahaan B		Minimum Baris	Maksimin
	B ₁	B ₂		
A ₁	1	5	1	
A ₂	3	2	2	2
Maksimum Kolom	3	5	Maksimin ≠ Minimaks	
Minimaks	3			

Penyelesain Strategi Campuran :

Perusahaan A	Perusahaan B	
	B ₁	B ₂
A ₁ (X ₁)	H(1,1)	H(1,2)
A ₂ (X ₂ =1-X ₁)	H(2,1)	H(2,2)

Perusahaan A :

$$f_1 = X_1.H(1,1) + X_2.H(2,1) = X_1.H(1,1) + (1-X_1).H(2,1)$$

$$f_2 = X_1.H(1,2) + X_2.H(2,2) = X_1.H(1,2) + (1-X_1).H(2,2)$$

$$f_1 = f_2 = X_1.H(1,1) + (1-X_1).H(2,1) = X_1.H(1,2) + (1-X_1).H(2,2)$$

$$X_1.H(1,1) + H(2,1) - X_1.H(2,1) = X_1.H(1,2) + H(2,2) - X_1.H(2,2)$$

$$X_1\{H(1,1) - H(2,1)\} + H(2,1) = X_1\{H(1,2) - H(2,2)\} + H(2,2)$$

$$X_1\{H(1,1) - H(2,1)\} - X_1\{H(1,2) - H(2,2)\} = H(2,2) - H(2,1)$$

$$X_1\{H(1,1) - H(2,1) - H(1,2) + H(2,2)\} = H(2,2) - H(2,1)$$

$$X_1 = \frac{H(2,2) - H(1,2)}{H(1,1) + H(2,2) - H(1,2) - H(2,1)}$$

$$X_2 = 1 - X_1$$

Perusahaan B :

Dengan cara yang sama untuk perusahaan B kita peroleh :

$$Y_1 = \frac{H(2,2) - H(1,2)}{H(1,1) + H(2,2) - H(1,2) - H(2,1)}$$

$$Y_2 = 1 - Y_1$$

Jadi : Nilai Permainan = $X_1 \cdot Y_1 \cdot H(1,1) + X_1 \cdot Y_2 \cdot H(1,2) + X_2 \cdot Y_1 \cdot H(2,1) + X_2 \cdot Y_2 \cdot H(2,2)$

Penyelesain :

Perusahaan A	Perusahaan B	
	B ₁ = 3/5	B ₂ = 2/5
A ₁ = 1/5	1	5
A ₂ = 4/5	3	2

Perusahaan A :

$$X_1 = \frac{H(2,2) - H(1,2)}{H(1,1) + H(2,2) - H(1,2) - H(2,1)} = \frac{2 - 3}{1 + 2 - 3 - 5} = \frac{1}{5}$$
$$X_2 = 1 - X_1 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Perusahaan B :

$$Y_1 = \frac{H(2,2) - H(1,2)}{H(1,1) + H(2,2) - H(1,2) - H(2,1)} = \frac{2 - 5}{1 + 2 - 3 - 5} = \frac{3}{5}$$

$$Y_2 = 1 - Y_1 = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

Nilai Permainan =

$$(1/5)(3/5)(1) + (1/5)(2/5)(5) + (4/5)(3/5)(3) + (4/5)(2/5)(2) = 65/25$$

3. Dominasi

adalah teknik penyelesaian permainan yang lebih besar (lebih besar dari matriks 2×2). Tekniknya adalah dengan mengurangi atau memperkecil ukuran permainan (mengurangi baris dan/atau kolom).

Contoh :

Perusahaan A	Perusahaan B		
	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	2	5	7
A ₂	-1	2	4
A ₃	6	1	9

Penyelesaian :

Perusahaan A	Perusahaan B			Minimum Baris	Maksimin
	B ₁	B ₂	B ₃		
A ₁	2	5	7	2	2
A ₂	-1	2	4	-1	
A ₃	6	1	9	1	
Maksimum Kolom	6	5	9	Maksimin	≠ Minimaks
Minimaks	5				

Kita perhatikan perusahaan A : baris A_1 mendominasi A_2 ($2 > 1$, $5 > 2$, dan $7 > 4$) sehingga A_2 keluar dari matriks. Matriks strategi dominasi menjadi :

Perusahaan A	Perusahaan B			Minimum Baris	Maksimin
	B_1	B_2	B_3		
A_1	2	5	7	2	2
A_3	6	1	9	1	
Maksimum Kolom	6	5	9	Maksimin	≠ Minimaks
Minimaks		5			

Kita perhatikan perusahaan B : baris B_3 mendominasi B_2 ($7 > 5$, dan $9 > 1$) sehingga B_3 keluar dari matriks. Matriks strategi dominasi menjadi :

Perusahaan A	Perusahaan B		Minimum Baris	Maksimin
	B_1	B_2		
A_1	2	5	2	2
A_3	6	1	1	
Maksimum Kolom	6	5	Maksimin	≠ Minimaks
Minimaks	5			

Perusahaan A	Perusahaan B	
	$B_1 = 3/5$	$B_2 = 2/5$
$A_1 = 5/8$	2	5
$A_2 = 3/8$	6	1

Perusahaan A :

$$X_1 = \frac{H(2,2) - H(1,2)}{H(1,1) + H(2,2) - H(1,2) - H(2,1)} = \frac{1 - 6}{1 + 2 - 5 - 6} = \frac{5}{8}$$

$$X_2 = 1 - X_1 = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

Perusahaan B :

$$Y_1 = \frac{H(2,2) - H(1,2)}{H(1,1) + H(2,2) - H(1,2) - H(2,1)} = \frac{1 - 5}{2 + 1 - 5 - 6} = \frac{1}{2}$$

$$Y_2 = 1 - Y_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Nilai Permainan =

$$(5/8)(1/2)(2) + (5/8)(1/2)(5) + (5/8)(0)(7) \\ + (3/8)(0)(7) + (3/8)(1/2)(1) + (3/8)(0)(9) = 56/16 = 3 \frac{1}{2}$$

Program Linear :

	Pemain II		
Pemain I	$B_1=Y_1$	$B_2=Y_2$	$B_3=Y_3$
$A_1=X_1$	8	4	2
$A_2=X_2$	2	8	4
$A_3=X_3$	1	2	8

Pemain I :

Fungsi Tujuan : Minimumkan $Z = X_1 + X_2 + X_3$

Fungsi Pembatas :

$$8X_1 + 2X_2 + X_3 \geq 1$$

$$4X_1 + 8X_2 + 2X_3 \geq 1$$

$$2X_1 + 4X_2 + 8X_3 \geq 1$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 1$$

Pemain II :

Fungsi Tujuan : Maksimumkan $G = Y_1 + Y_2 + Y_3$

Fungsi Pembatas :

$$8Y_1 + 4Y_2 + 2Y_3 \leq 1$$

$$2Y_1 + 8Y_2 + 4Y_3 \leq 1$$

$$Y_1 + 2Y_2 + 8Y_3 \leq 1$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 1$$

$$\text{Nilai Permainan} = V = \frac{1}{G}$$

Solusi Optimum :

Var Dasar	Y_1	Y_2	Y_3	S_1	S_2	S_3	NK
G	0	0	0	$5/49$	$11/196$	$1/14$	$45/196$
Y_1	1	0	0	$1/7$	$-1/14$	0	$1/14$
Y_2	0	1	0	$-3/98$	$31/196$	$-1/4$	$11/196$
Y_3	0	0	1	$-1/98$	$-31/98$	$1/7$	$5/49$

Nilai Permainan = $V = 1/G = 196/45$